

## 5. Übung zu Gewöhnlichen Differentialgleichungen

Spitzer / Golénia

SS 2008

Abgabe bis 27.5.2008 in den Übungsgruppen.

**Aufgabe 16.** Lösen Sie das Anfangswertproblem:

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

mit  $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^2$ .

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 17.** Führen Sie die Gleichung

$$(1 - t^2)\ddot{x} - t\dot{x} = c^2x$$

mit  $c \in \mathbb{R}$  und  $t \in (-1, 1)$  durch Einführung der neuen unabhängigen Variablen  $z := \arcsin t$ , das heißt  $x(t) = \tilde{x}(z(t))$ , auf die Gleichung

$$\tilde{x}'' = c^2\tilde{x}$$

zurück und lösen Sie diese. (Dabei bezeichnet  $'$  die Ableitung der Funktion  $z \mapsto \tilde{x}(z)$  nach  $z$  und  $\dot{\phantom{x}}$  die Ableitung der Funktion  $t \mapsto x(t)$  nach  $t$ .) Wie lautet die allgemeine Lösung der ursprünglichen Gleichung? Überprüfen Sie Ihr Ergebnis.

**(4 Punkte)**

**Aufgabe 18.** Bestimmen Sie alle Lösungen  $u = u(x)$  der Differentialgleichung

$$u'' = -4u + 4u'$$

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$$

für  $x > 0$  durch die Substitution  $x = e^t$ ,  $y(e^t) = u(t)$ .

**(2+2 Punkte)**